

対偶を利用する証明

____年 ____組 名前

/10

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

① n^2 が偶数ならば、 n は偶数である。

② n^2+2n が 4 の倍数であれば、 n は偶数である。

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

① n^2 が偶数ならば、 n は偶数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶「 n が奇数ならば、 n^2 は奇数である。」について、

対偶の証明

n が奇数のとき、 n は整数 k を用いて、 $n=2k+1$ と表される。

$$\begin{aligned} \text{このとき、 } n^2 &= (2k+1)^2 \\ &= 4k^2+4k+1 \\ &= 2(2k^2+2k)+1 \end{aligned}$$

② 式に表し、
計算する

ここで、 k が整数 であることより、
 $(2k^2+2k)$ も整数、
よって、 $2(2k^2+2k)+1$ は奇数である。

③ 計算した式の
意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致

② n^2+2n が 4 の倍数であれば、 n は偶数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶「 n が奇数ならば、 n^2+2n は 4 の倍数ではない。」について、

対偶の証明

n が奇数のとき、 n は整数 k を用いて、 $n=2k+1$ と表される。

$$\begin{aligned} \text{このとき、 } n^2+2n &= (2k+1)^2+2(2k+1) \\ &= 4k^2+4k+1+4k+2 \\ &= 4k^2+8k+3 \\ &= 4(k^2+2k)+3 \end{aligned}$$

② 式に表し、
計算する

ここで、 k が整数 であることより、
 k^2+2k も整数、
よって、 $4(k^2+2k)+3$ は 4 の倍数ではない。

③ 計算した式の
意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致