

## 対偶を利用する証明

\_\_\_\_年 \_\_\_\_組 名前

/10

■  $n$  は整数とする。次の命題を証明しなさい。

①  $n^2$ が奇数ならば、 $n$  は奇数である。

②  $2n^2+n+1$  が奇数であれば、 $n$  は偶数である。

■  $n$  は整数とする。次の命題を証明しなさい。

①  $n^2$  が奇数ならば、 $n$  は奇数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶「 $n$  が偶数ならば、 $n^2$  は偶数である。」について、

対偶の証明

$n$  が偶数のとき、 $n$  は整数  $k$  を用いて、 $n=2k$  と表される。

$$\begin{aligned} \text{このとき、 } n^2 &= (2k)^2 \\ &= 4k^2 \\ &= 2(2k^2) \end{aligned}$$

② 式に表し、  
計算する

ここで、 $k$  が整数 であることより、

$2k^2$  も整数、  
よって、 $2(2k^2)$  は偶数である。

③ 計算した式の  
意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致

②  $2n^2+n+1$  が奇数であれば、 $n$  は偶数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶「 $n$  が奇数ならば、 $2n^2+n+1$  は偶数である。」について、

対偶の証明

$n$  が奇数のとき、 $n$  は整数  $k$  を用いて、 $n=2k+1$  と表される。

$$\begin{aligned} \text{このとき、 } 2n^2+n+1 &= 2(2k+1)^2+(2k+1)+1 \\ &= 8k^2+8k+2+2k+1+1 \\ &= 8k^2+10k+4 \\ &= 2(4k^2+5k+2) \end{aligned}$$

② 式に表し、  
計算する

ここで、 $k$  が整数 であることより、

$4k^2+5k+2$  も整数、  
よって、 $2(4k^2+5k+2)$  は偶数である。

③ 計算した式の  
意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致