対偶を利用する証明

年　　組　名前

/10

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

① n^2が 3 の倍数でなければ、n は 3 の倍数ではない。

② $3n^2-4n$ が 4 の倍数であれば、n は偶数である。

対偶を利用する証明

年　　組　名前

/10

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

① n^2が 3 の倍数でなければ、n は 3 の倍数ではない。

① 対偶をとる

この命題の対偶 「n が 3 の倍数であれば、n^2は 3 の倍数である。」 について、

対偶の証明

n が 3 の倍数のとき、n は整数 k を用いて、$n=3k$ と表される。

このとき、 $n^2 = (3k)^2$
$= 9k^2$
$= 3(3k^2)$

② 式に表し、計算する

ここで、 k が整数 であることより、
$3k^2$ も整数、
よって、 $3(3k^2)$ は 3 の倍数である。

③ 計算した式の意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致

② $3n^2-4n$ が 4 の倍数であれば、n は偶数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶 「n が奇数ならば、$3n^2-4n$ は 4 の倍数ではない。」 について、

対偶の証明

n が奇数のとき、n は整数 k を用いて、$n=2k+1$ と表される。

このとき、 $3n^2-4n = 3(2k+1)^2-4(2k+1)$
$= 12k^2+12k+3-8k-4$
$= 12k^2+4k-1$
$= 12k^2+4k-4+3$
$= 4(3k^2+k-1)+3$

② 式に表し、計算する

ここで、 k が整数 であることより、
$3k^2+k-1$ も整数、
よって、 $4(3k^2+k-1)+3$ は 4 の倍数ではない。

③ 計算した式の意味を読み取る

したがって、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致