

対偶を利用する証明

____年 ____組 名前

/10

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

n^2 が 3 の倍数であれば、 n は 3 の倍数である。

■ n は整数とする。次の命題を証明しなさい。

n^2 が 3 の倍数であれば、 n は 3 の倍数である。

① 対偶をとる

この命題の対偶「 n が 3 の倍数でなければ、 n^2 は 3 の倍数ではない。」について、

対偶の証明

n が 3 の倍数でないとき、 n は整数 k を用いて、 $n=3k+1$ または $n=3k+2$ と表される。

[i] $n=3k+1$ のとき、

$$\begin{aligned} n^2 &= (3k+1)^2 \\ &= 9k^2+6k+1 \\ &= 3(3k^2+2k)+1 \end{aligned}$$

② 式に表し、
計算する

ここで、 k が整数 であることより、

$(3k^2+2k)$ も整数、
よって、 $3(3k^2+2k)+1$ は 3 の倍数ではない。

③ 計算した式の
意味を読み取る

[ii] $n=3k+2$ のとき、

$$\begin{aligned} n^2 &= (3k+2)^2 \\ &= 9k^2+12k+4 \\ &= 9k^2+12k+3+1 \\ &= 3(3k^2+4k+1)+1 \end{aligned}$$

②' 式に表し、
計算する

ここで、 k が整数 であることより、

$(3k^2+4k+1)$ も整数、
よって、 $3(3k^2+4k+1)+1$ は 3 の倍数ではない。

③' 計算した式の
意味を読み取る

[i], [ii]より、この対偶は真である。

対偶が真であることから、もとの命題も真であるといえる。

④ 対偶と命題の真偽の一致