

式の計算の利用

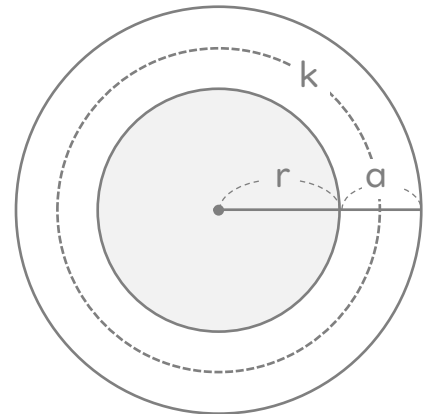
年 組 名前

/10

■ 右の図のように、半径 r の円形の池のまわりに、幅 a の道がある。

この道の面積を S 、道の真ん中を通る円の円周を k とするとき、

$S=ak$ となることを証明しなさい。



■ 右の図のように、半径 r の円形の池のまわりに、幅 a の道がある。

この道の面積を S 、道の真ん中を通る円の円周を k とするとき、

$S=ak$ となることを証明しなさい。

池の面積を A とすると、

$$A = \pi r^2$$

道と池を合わせた面積を B とすると、

$$B = \pi (r+a)^2$$

よって、道の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= B - A = \pi (r+a)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi (r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2 \\ &= 2\pi ar + \pi a^2 \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

また、道の真ん中を通る円の半径は $r + \frac{a}{2}$ であることから、その円周 k は

$$\begin{aligned} k &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) \\ &= 2\pi r + \pi a \end{aligned}$$

よって、 $ak = a(2\pi r + \pi a)$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

したがって、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、 $S=ak$ である。

